

STANOVENIE ZÁKLADNÝCH TEPELNÝCH PARAMETROV HORNINOVÉHO PROSTREDIA POMOCOU PARAMETROV TRANSFORMÁCIE HARMONICKEJ OKRAJOVEJ PODMIENKY

DETERMINATION OF BASIC THERMAL PARAMETERS OF ROCK ENVIRONMENT WITH HELP OF THE HARMONIC BOUNDARY CONDITION TRANSFORMATION PARAMETERS

David Krčmář, Renáta Fľaková, Zlatica Ženišová, Jozef Brestenský

ABSTRACT

Sinusoidal natural phenomena are frequent in nature, such as changes in daily and seasonal air temperature. Periodic temperature change is transmitted to the environment and the degree of transition is influenced by existing soil environment temperature parameters which can be calculated by amplitude dampening and phase shift of sinusoid signal. The least square method is the most appropriate for precise evaluation of sinusoid parameters because it enables exact data fitting, so we used this method on Sihot' Island where Slovak Bratislavian water resources are located. The Danube River has created harmonic boundary conditions, and so groundwater temperature measurements at adjacent observation wells can determine temperature diffusivity and heat transport velocity. The temperature diffusivity value was calculated at approximately $60 \text{ m}^2 \cdot \text{day}^{-1}$ and transport velocity at approximately $1 \text{ m} \cdot \text{day}^{-1}$. These results agree with Stauffer et al.'s. (2014) findings at a similar locality on the Rhine River near Zürich in Switzerland.

KEY WORDS

Heat, transport, sinusoid, boundary condition, groundwater, monitoring

KEÚČOVÉ SLOVÁ

Teplo, transport, sínusoida, okrajová podmienka podzemná voda, monitoring

ÚVOD

Približne od 16. storočia je vďaka hlbokým banským dielam známy fakt, že s narastajúcou hĺbkou pod povrhom rovnomerne narastá aj teplota. Prvé geotermické meranie bolo urobené v roku 1740 v bani vo Francúzsku. Začiatkom 19. storočia francúzsky vedec J. F. Fourier publikoval svoje matematické rovnice riešiace šírenie sa tepla v tuhých látkach. V polovici 19. storočia William Thomson (neskôr Lord Kelvin) skombinoval Fourierov zákon s jednorozmernou rovnicou vedenia tepla difúziou a na základe tohto vzťahu odhadol vek Zeme (Banks, 2012). Od toho času sa procesmi šírenia tepla začalo zaoberať veľa odborníkov pri riešení rôznych problémov, ako

napríklad výskyt tepelných ostrovov pod mestami (Zhu et al., 2010; Memberg et al., 2013; Ferguson, Woodbury, 2004; Taniguchi, 2007; Zhan et al., 2014; Epting et al., 2013), vplyv globálneho otepľovania na teploty pod povrhom (Epting, Huggenberger, 2013; Memberg et al., 2014; Kurylyk et al., 2014; Miyakoshi et al., 2009), riešenie interakcie povrchových a podzemných vôd (Goto et al., 2005; Hatch et al., 2006; McCallum et al., 2012; Vogt et al., 2010; Rau et al., 2012) alebo použitie tepla ako prirozeného stopovača (Anderson, 2005; Stonestrom, Constanze, 2003; Rau et al., 2014). Komplexný prehľad základov „termogeológie“ a využitia tepla pri povrchovej zóne je podaný v knihách Banksa (2012) a Stauffera et al. (2014).

doc. RNDr. David Krčmář, PhD., doc. RNDr. Renáta Fľaková, PhD., prof. RNDr. Zlatica Ženišová, PhD.
Univerzita Komenského v Bratislave, Prírodovedecká fakulta, Katedra hydrogeológie, Mlynská dolina, Ilkovičova 6,
842 15 Bratislava, krcmar@fns.uniba.sk

doc. RNDr. Jozef Brestenský, CSc.
Univerzita Komenského v Bratislave, Fakulta matematiky, fyziky a informatiky, Katedra astronómie, fyziky Zeme a meteorológie, Mlynská dolina, 842 48 Bratislava

Pri opise zmien teploty v prírode sa často využíva harmonická okrajová podmienka, nakoľko denné a sezónne zmeny teploty majú sínusoidálny priebeh. Výhoda sínusoidy je v tom, že je charakterizovaná viacerými parametrami, a to periódou, amplitúdou a posunom fázy. Periódou je zvyčajne pevne daná (bud' denné oscilácie = 24 hodín alebo sezónne oscilácie = 365 dní), pričom s narastajúcou hĺbkou pod povrhom sa zmenšuje amplitúda a posúva fáza. Vďaka tomu je možné zostaviť analytické vzťahy na výpočet hlbkového dosahu zmien teplôt na povrchu, výpočet rýchlosťi šírenia sa tepla a na výpočet teplotnej difuzivity. Pri zostavovaní rovníc je dôležité, či sa rieši len proces prenosu tepla kondukciou (dá sa aplikovať v nenasýtenej zóne) alebo či sa rieši aj vplyv konvekcie (prúdenie vody či už vo vertikálnom alebo horizontálnom smere). Analytické rovnice sú používané najmä pri stanovení teplotných parametrov prostredia a pri posudzovaní interakcie povrchových a podzemných vôd (Stauffer et al., 2014; Taylor, Stefan, 2009; Hillel, 1998; Stallman, 1965; Rau et al., 2012; Rau et al., 2015; Luce et al., 2013).

V rámci riešenia projektu APVV-14-0174 „Nové metódy prieskumu pre tepelné čerpadlá typu voda – voda.“ (ďalej len „projekt“) sú monitorované vrty na vodárenskom zdroji Ostrov Sihot. Vrty, na ktorých prebieha v súčasnosti monitoring, sú umiestnené v blízkosti rieky Dunaj a vďaka čerpaniu vody zo studní vodárenského zdroja je zabezpečený celoročný prítok vody z rieky do zvodnenej vrstvy, a tak rieka tvorí harmonickú okrajovú podmienku. Cieľom tohto článku je overiť využitie analytických vzťahov na zistenie teplotných parametrov prostredia pomocou harmonickej okrajovej podmienky a taktiež na nameraných dátach vyskúšať použitie metódy najmenších štvorcov na preloženie meraných bodov sínusoidou na stanovenie parametrov sínusoidy.

CHARAKTERISTIKA ZÁUJMOVÉHO ÚZEMIA

Vodárenský zdroj (ďalej aj „VZ“) Sihot s rozlohou 1,925 km² sa nachádza v ľavostrannej okrajovej nivе Dunaja, v mestskej časti Bratislava-Karlova Ves (navrhovaná hranica jeho ochranného pásma II. stupňa zasahuje z časti aj do mestskej časti Bratislava-Devín).

Ostrov Sihot sa podľa hydrogeologickej rajonizácie SR nachádza v subrajóne povodia Dunaja DN00 hydrogeologickejho rajónu *Q – 051 Kvartér západného okraja Podunajskej roviny* (Poráziková, Kollár in Atlas krajiny SR 2002). V zmysle rámcovej smernice o vodách 2000/60/ES Európskeho parlamentu a Rady (Kullman et al., 2005), patrí podzemná voda akumulovaná v území VZ Sihot do útvaru podzemných vôd kvartérnych sedimentov s názvom „Útvar medzirnových podzemných vôd kvartérnych náplavov

západnej časti Podunajskej panvy oblasti povodí Dunaj“. Tento útvar podzemnej vody dosahuje plochu 518,749 km² je označený kódom SK1000200P.

Zvodnená vrstva je tvorená kvartérnymi fluviálnymi náplavami Dunaja, ktoré sú reprezentované štrkopieskovou akumuláciou nízkej terasy (würm) a jej holocénym piesčito-hlinitým pokryvom. Hrbka pokryvných povodňových sedimentov (jemno až strednozrnne piesky, hlinité piesky, hliny piesčité a hliny) sa pohybuje od 0,5 m do 3 m. Pod pokryvnými sedimentmi sa nachádza terasová akumulácia zložená z piesčitých štrkov, štrkov a pieskov a vykazuje veľkú vertikálnu a horizontálnu variabilitu v granulometrickom zložení. Hrbka tejto akumulácie kolíše od 5,9 m do 14,5 m a v okrajových častiach koryta Dunaja je hrubá najčastejšie 9 m až 11 m. Podložie tvoria nepriepustné horniny paleozoika a sedimenty neogénu. Hodnoty koeficienta filtracie stanovené z kriviek zrnutosti sa pohybujú v rádoch $10^{-2} – 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ (Pospišil et al., 1999). Podzemná voda je na vodárenskom ostrove akumulovaná v štrkopieskovej vrstve fluviálnych náplavov Dunaja. V horizontálnom smere je vrstva ohraničená zo severnej strany paleozoickými horninovými komplexmi, ktoré sú poklesnuté pozdĺž zlomového pásma prebiehajúceho pravdepodobne tesne za okrajom obtokového Karloveského ramena. Na ostrove sa tieto komplexy nachádzajú v podloží fluviálnych náplavov a v podloží sedimentov neogénu. Z južnej strany tvorí hranicu štrkopieskovej vrstvy rieka Dunaj.

Hlavným režimovým činiteľom v území vodárenského zdroja Sihot je rieka Dunaj a podružným jeho obtokové Karloveské rameno. Pospišil et al. (1999) predpokladá, že dotácia ostrova Sihot z ramena nie je po celej jeho dĺžke rovnaká a v čase suchého ramena sa stáva dôležitým zdrojom vody pre príahlú časť vodárenského ostrova podzemná voda prúdiaca pod ramenom. Jej zdrojom je infiltrácia z Dunaja mimo územia ostrova Sihot. Vplyv rieky sa v kolísaní hladiny podzemnej vody prejavuje s časovým oneskorením, ktoré je plošne rozdielne (Žák et al., 2009). Túto rozdielnosť nezapríčinuje vždy len vzdialenosť od brehovej čiary, ale vyvolávajú ju aj okamžité podmienky prúdenia podzemnej vody.

METODIKA PRÁCE

V roku 2015 prebiehal monitoring hladín a teplôt pozemných vôd na troch sondách na ostrove Sihot. Dáta boli merané pomocou datalogerov Solinst-Junior, ktoré sú schopné merať zmenu hladiny podzemnej vody pomocou tlakového snímača. V sonda K-42 bol umiestnený barologer, a meral zmeny atmosférického tlaku. Neskôr pri spracovaní meraní boli všetky údaje namerané datalogermi Junior kompenzované pomocou merania z barologera, a tak bol odstránený vplyv zmeny

atmosférického tlaku na merania zmeny hladiny. Datalogery taktiež merali teplotu podzemnej vody a barologer teplotu vzduchu vo vnútri sondy. Všetky dáta boli zaznamenávané v hodinových intervaloch. Údaje o hladine a teplote vody Dunaja boli získané zo stanice SHMÚ 5140 Bratislava (hydrologické číslo 4200100601). Spracované dáta boli následne prekladané sínusoidami pomocou metódy najmenších štvorcov.

Metóda najmenších štvorcov sa bežne používa na preloženie bodov priamkou. V programe MS Excel na to existuje funkcia, kedy je možné bodmi preložiť priamku alebo krvku. Preloženie bodov sínusoidou však MS Excel štandardne neponúka. Nie je však problém takúto funkciu pre MS Excel doplniť. Princípom metódy najmenších štvorcov je, že sa approximuje funkcia $y(x)$ funkciou $f(x; a_0, a_1, \dots, a_k)$ tak, že sa určujú koeficienty a_0, a_1, \dots, a_k , ktoré minimalizujú funkciu $g(a_0, a_1, \dots, a_k)$:

$$g(a_0, a_1, \dots, a_k) = \sum_{i=1}^n (y_i - f(x_i; a_0, a_1, \dots, a_k))^2 \quad (1)$$

aby pre jednotlivé premenné (koeficienty) funkcie g parciálne derivácie podľa týchto premenných boli rovné nule:

$$\frac{\partial g}{\partial a_j} = 0, \quad j = 0, 1, \dots, k \quad (2)$$

Pritom $y(x)$ je určené ako $y = y_i$ v n bodoch $x = x_i$ pre $i = 1, 2, \dots, n$. Všeobecný tvar sínusoidy je možné napísat' ako:

$$f = amp \cdot \cos[(t - shift) \cdot \omega] + offset \quad (3)$$

kde t je čas, $shift$ je časový posun počiatku sínusoidy (v jednotkách času – sekundy, dni, ...), t_p je periódna sínusoidy v jednotkách času a $offset$ je posun strednej hodnoty sínusoidy v smere osi y a je približne rovný priemernej hodnote y (obr. 1).

amp je amplitúda sínusoidy a je približne rovná:

$$amp \approx \frac{T_{max} - T_{min}}{2} \quad (4)$$

ω je uhlová frekvencia, pre ktorú platí vzťah:

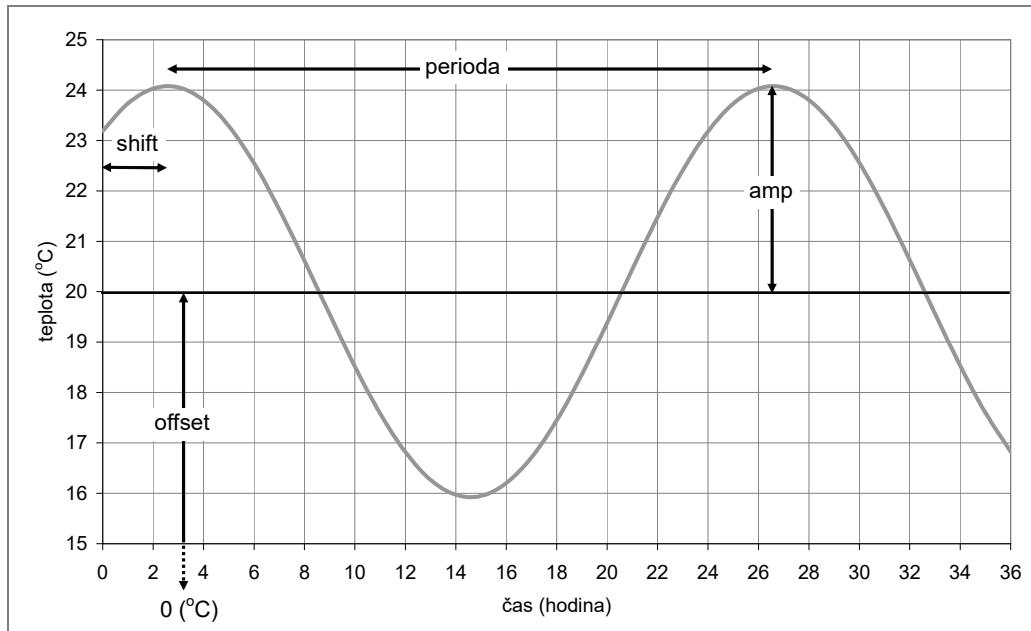
$$\omega = \frac{2\pi}{t_p} \quad (5)$$

Ak je známa periódna, tak je možné zostaviť systém lineárnych rovníc pre koeficienty a_0, a_1, a_2 funkcie g , z ktorých možno vypočítať neznáme parametre sínusoidy amp , $shift$ a $offset$, pretože závisia od a_0, a_1, a_2 ; $amp = amp(a_0, a_1, a_2)$, $shift = shift(a_0, a_1, a_2)$, $offset = offset(a_0, a_1, a_2)$.

Jednorozmerný advekčno-disperzný/difúzny transport sa dá opísat' nasledovným vzťahom (Stallman, 1965):

$$\frac{\partial T}{\partial t} = D_T \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} - u_T \frac{\partial T}{\partial x} \quad (6)$$

kde T ($^{\circ}\text{C}$) je teplota, t (s) je čas, D_T ($\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$) je tepelná difuzivita a u_T ($\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$) je rýchlosť advekčného transportu tepla. Práca Stallman (1965) býva najčastejšie citovaná ako jedna z prvých, kde je odvodená rovnica pre vertikálny smer transportu. Spomedzi mnohých ďalších treba spomenúť prácu Luce et al. (2013), kde je prehľadne vysvetlená teória a knihu Stauffer et al. (2014), kde je odvodený vzťah pre tepelné prúdenie v horizontálnom smere.



Obr. 1 Vzorová schéma sinusoidálneho priebehu teploty

Fig. 1 Outline of sinusoidal temperature type course

Harmonická okrajová podmienka pre teplotu v mieste $x = 0$ (napríklad sezónna zmena teploty v rieke) je daná vzťahom:

$$T(x=0, t) = \text{offset} + \text{amp} \cdot \cos(\omega t) \quad (7)$$

Pre ľubovoľný bod vo vzdialosti x od okrajovej podmienky platí vzťah:

$$T(x, t) = \text{offset} + \text{amp} \cdot e^{(-ax)} \cos(\omega t - bx) \quad (8)$$

kde a je koeficient útlmu a b je vlnové číslo (prevrátená hodnota vlnovej dĺžky). Tieto koeficienty sa dajú vypočítať pomocou D_T a u_T (Stallman, 1965). Problémom však je, že väčšinou parametre D_T a u_T sú taktiež neznáme, a tak nie je možné vypočítať koeficienty a a b . Ak však máme merania z dvoch bodov napríklad na okrajovej podmienke (napr. rieke) a bodu vo vzdialosti x (piezometer) – pre prípad horizontálneho transportu, alebo ak máme meranie z dvoch bodov v rôznej vzdialnosti od okrajovej podmienky (napríklad dva body v rôznej hĺbke pod dnom rieky – pre prípad vertikálneho transportu), tak parametre a a b vieme odhadnúť pomocou útlmu

amplitúdy a posunu fázy (Stallman, 1965; Luce et al., 2013; Stauffer et al., 2014):

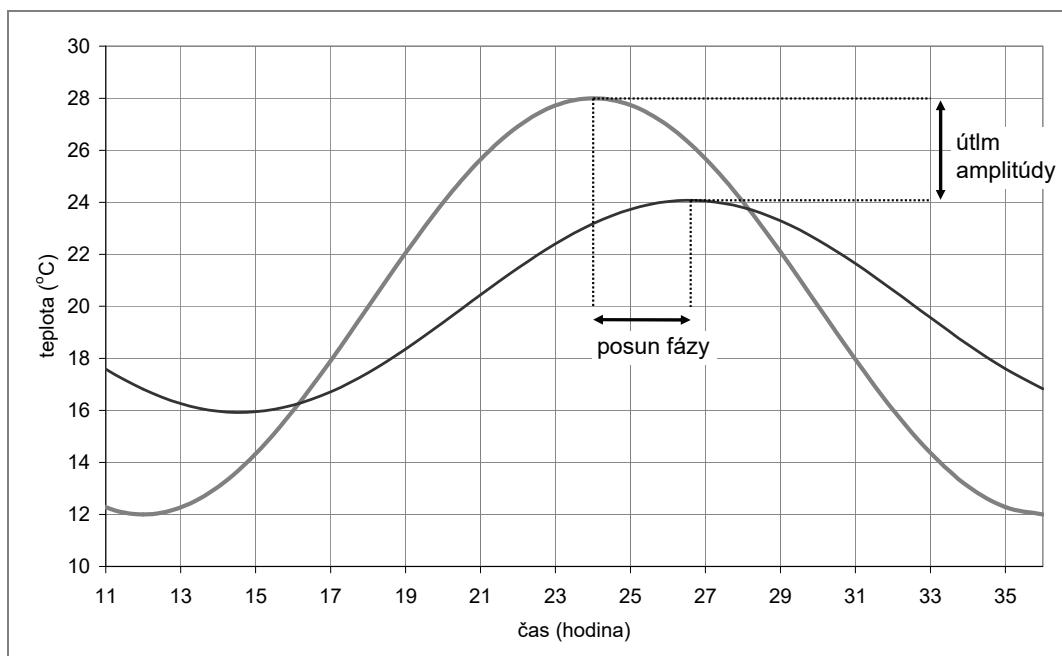
$$a \approx \frac{-\ln \left(\frac{\text{amp}_2}{\text{amp}_1} \right)}{\Delta x} \quad b \approx \frac{\Delta \phi}{\Delta x} \quad (9)$$

kde $\Delta \phi$ je posun fázy (obr. 2), amp_1 a amp_2 sú amplitúdy sínusoíd a Δx je vzdialosť medzi bodmi, kde boli namerané dané teploty.

Ak máme stanovené koeficienty a a b podľa predchádzajúcich vzťahov, tak pomocou nich môžeme vypočítať tepelnú difuzivitu D_T a rýchlosť advekčného transportu tepla u_T (Stauffer et al., 2014):

$$D_T = \frac{a\omega}{b \cdot (a^2 + b^2)} \quad (10)$$

$$u_T = \frac{\omega \cdot (b^2 - a^2)}{b \cdot (a^2 + b^2)} \quad (11)$$



Obr. 2 Vzorový priebeh teploty v rôznych hĺbkach pod terénom alebo rôznych vzdialostiach v horizontálnej rovine
Fig. 2 Temperature type course at various depths under the terrain and at various distances in the horizontal plane

VÝSLEDKY

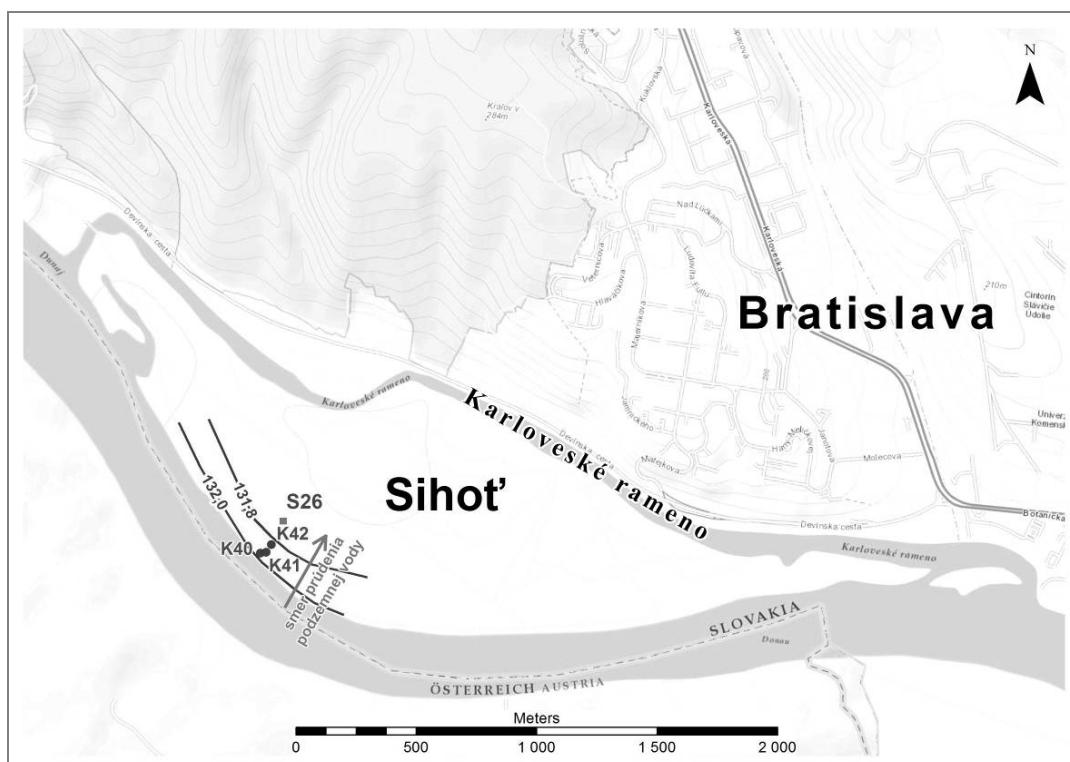
Na VZ Sihot' je využívaných približne 38 studní s priemerným ročným odberom $338 \text{ l} \cdot \text{s}^{-1}$ (v roku 2013). Čerpaním vody zo studní je vyvolané prúdenie vody z Dunaja smerom ku studniám, a tak zvodnené prostredie je celoročne dotované vodou z rieky. Na území sa nachádza 52 pozorovacích sond, kde sa

vykonáva monitoring hladiny podzemnej vody (Pospíšil et al., 1999). V rámci riešenia projektu je vykonávaný monitoring na troch pozorovacích sondách (K-40, K-41 a K-42), ktoré sú umiestnené medzi rieku a studňou (S-26). Sondy K-40, K-41 a K-42 boli odvŕtané do hĺbky 10 m, pričom filter je umiestnený od 8 m do 10 m. V mieste sond je na povrchu zahlinený piesok hrúbky 2,2 m a pod ním je vrstva piesčitého štrku.

Sondy ležia na prúdnici a sklon hladiny podzemnej vody sa počas roka takmer nemení (obr. 3). Na sondách sú umiestnené datalogery, ktoré v hodinových intervaloch zaznamenávajú údaje o hladine podzemnej vody a jej teplote.

Počas roka 2015 boli v sondách K-40, K-41 a K-42 umiestnené datalogery Solinst Junior, pomocou ktorých bola meraná hladina podzemnej vody a teplota s hodinovým krokom záznamu. Dataloger má teplotný senzor RTD (platinum resistance temperature detector) s rozlišením teploty $0,1^{\circ}\text{C}$. Údaje o teplote vody v Dunaji boli prevzaté zo stanice SHMÚ 5140, nakoľko na ostrove Sihot' nie je limnigraf a nie je možné tu

nainštalovať dataloger. Údaje o teplote vody Dunaja zo stanice Devín neboli použité, nakoľko tu sú teploty vody ovplyvnené riekou Morava, ktorá má vyššiu teplotu vody ako rieka Dunaj, a tak na tejto stanici sú namerané vyššie teploty ako na stanici SHMÚ 5140. Pri ostrove Sihot' je obdobný vplyv rieky Morava na teplotu vody ako pri Moste SNP (stanica 5140), čo bolo overené vlastnými meraniami. Datalogery boli nainštalované v sondách tak, aby nad nimi bola rovnaká výška vodného stĺpca a to minimálne 3 m. Z meraní boli zistené priemerné hodnoty teploty vody za kalendárny rok 2015, ktoré sú uvedené v tab. 1.



Obr. 3 Schematická mapa územia so znázornením priebehu podzemnej vody pre nízky vodný stav
Fig. 3 Schematic map of the area with the ground water course for low water level

Tab. 1 Základné údaje o teplote vody

Tab. 1 Basic water temperature information

Miesto	Priemerná hladina (m n. m.)	Priemerná teplota offset ($^{\circ}\text{C}$)	Maximálna teplota ($^{\circ}\text{C}$)	Dátum max. teploty	Minimálna teplota ($^{\circ}\text{C}$)	Dátum min. teploty	amp ($^{\circ}\text{C}$)	shift (dni)
Dunaj	–	11,99	23,7	24.7.2015	1,9	9.2.2015	10,9	204
K40	133,32	13,76	21,4	9.9.2015	3,8	1.3.2015	8,8	251
K41	133,27	13,69	20,2	16.9.2015	4,6	5.3.2015	7,8	258
K42	133,22	12,53	18,3	10.10.2015	4,9	14.4.2015	6,7	282

Vysvetlivky: parametre amp , $shift$ a $offset$ (vid. obr. 1) boli odhadnuté podľa vzťahov: $amp = (\max.T - \min.T)/2$, $shift = \text{dátum}_{\max.T} - 1.1.2015$, $offset = \text{priemer } T$; T – teplota vody.

Explanations: parameters amp , $shift$ and $offset$ (see Fig. 1) was estimated from this equations: $amp = (\max.T - \min.T)/2$, $shift = \text{dátum}_{\max.T} - 1.1.2015$, $offset = \text{average } T$; T – water temperature.

Tab. 2 Parametre sínusoidy stanovené metódou najmenších štvorcov
Tab. 2 Sinusoid parameters determined by the least square method

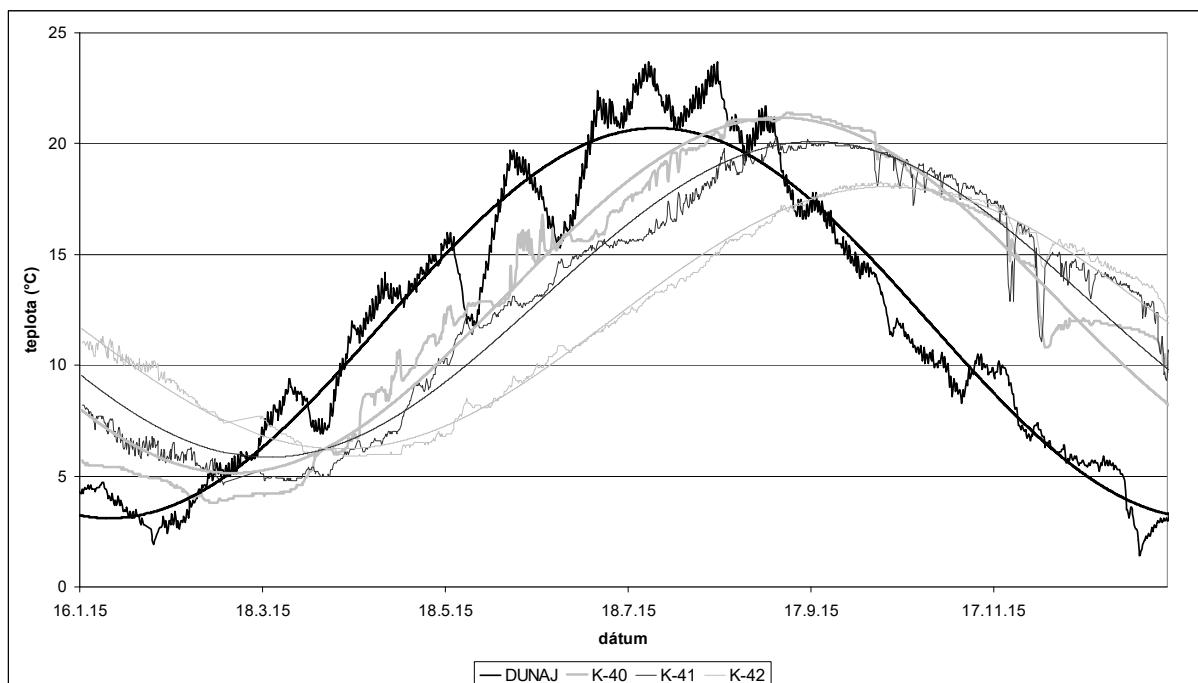
Miesto	offset	Δ offset	amp	Δ amp	shift	Δ shift
Dunaj	11,9	0,1	8,8	2,1	192	12
K40	13,2	0,6	8,0	0,8	234	17
K41	13,0	0,7	7,1	0,7	245	13
K42	12,1	0,4	5,9	0,8	270	12

Vysvetlivky: parametre amp , $shif$ a $offset$ (vid. obr. 1) boli určené zo sínusoíd, parameter Δ offset = offset z tab. 1 – offset z tab.2, parameter Δ amp = amp z tab.1 – amp z tab. 2, parameter Δ shift = shift z tab.1 – shift z tab. 2.
Explanations: parameters amp , $shif$ a $offset$ (see fig. 1) was determined from sinusoids, parameter Δ offset = offset from Tab.1 – offset from tab.2, parameter Δ amp = amp from Tab.1 – amp from Tab. 2, parameter Δ shift = shift from Tab.1 – shift from Tab. 2.

Tab. 3 Vypočítané parametre – parameter útlmu (a), vlnové číslo (b), tepelná difuzivita (D_T) a rýchlosť advekčného transportu tepla (u_T) pre rôzne dvojice bodov

Tab. 3 Calculated parameters – attenuation coef. (a), wave number (b), thermal diffusion coef. (D_T) and thermal velocity (u_T)

	Dunaj-K40	Dunaj-K41	Dunaj-K42	K40-K41	K40-K42	K41-K42
Vzdialenosť (m)	22	45	80	24	58	38
Útlm amplitúdy (°C)	0,91	0,81	0,67	0,89	0,74	0,83
Posun fázy (deň)	41,21	52,83	77,33	11,62	36,12	24,50
a	0,0042	0,0047	0,0050	0,0049	0,0052	0,0049
b	0,032	0,020	0,017	0,008	0,011	0,011
D_T (m ² .deň ⁻¹)	2,14	9,31	17,09	108,65	59,26	51,76
u_T (m.deň ⁻¹)	0,52	0,76	0,86	1,00	0,98	1,04



Obr. 4 Namerané teploty vody v Dunaji a sondách s preložením údajov sínusoidou

Fig. 4 Measured water temperature in the Danube river and observation wells with sinusoidal approximation

Z meraní bolo možné priamo odhadnúť parametre sínusoidy (tab. 1). Tieto parametre sú potrebné na výpočet tepelnej difuzivity (rovnica 10) a rýchlosťi advekčného transportu tepla (rovnica 11). Následne boli pomocou metódy najmenších štvorcov preložené sínusoidy meranými hodnotami teploty pre Dunaj a jednotlivé sondy (obr. 4) a boli vypočítané parametre *amp*, *shift* a *offset* z rovnice (3) (tab. 2).

Ďalej pomocou rovníc (9) boli najskôr vypočítané parametre *a* a *b* a následne podľa rovníc (10) a (11) transportné parametre D_T a u_T (tab. 3).

DISKUSIA

Z výsledkov vyplynulo, že ak sa odhadujú parametre *amp*, *shift* a *offset* z meraných dát len orientačne (tab. 1), tak odhadnuté parametre sú nadhodnotené v porovnaní s parametrami vypočítanými metódou najmenších štvorcov (v tab. 2 sú všetky hodnoty Δ kladné čísla). Najpresnejšie sa odhaduje parameter *offset*, kde rozdiel medzi odhadnutou a vypočítanou hodnotou je najmenší. Najťažšie sa odhaduje parameter *shift*, kde rozdiel medzi odhadnutou a vypočítanou hodnotou je najväčší. K metóde najmenších štvorcov treba poznamenať, že je veľmi citlivá na enormné odchylky v hodnotách spôsobených či už chybou merania alebo prirodzene, kedy sa aj vplyvom jednej extrémnej hodnoty celá sínusoida posunie smerom k extrémnej hodnote. Preto je potrebné namerané hodnoty pred výpočtom parametrov sínusoidy skontrolovať, najlepšie vizuálne vynesením do grafu a extrémne hodnoty vylúčiť z výpočtu.

Vypočítané transportné parametre vykazujú veľký rozptyl hodnôt najmä pre dvojice bodov, v ktorých je Dunaj (prvé tri dvojice v tab. 3), v porovnaní s dvojicami bodov tvorených monitorovacími vrtmi. To môže byť spôsobené tým, že teplota vody v Dunaji sa nemerala priamo na ostrove Sihot pri sondách, ale až v Bratislave na stanici SHMÚ 5140. Taktiež nie je jasné vzdialenosť, odkiaľ infiltruje voda z rieky do zvodneného prostredia. Táto hodnota bola odhadnutá a bola dosadená vzdialenosť od brehu Dunaja k jednotlivým sondám a preto vypočítané hodnoty treba brať ako hrubo orientačné. Výsledné hodnoty D_T a u_T tak vyšli niekoľkonásobne menšie v porovnaní s hodnotami vypočítanými medzi jednotlivými sondami. Ak napríklad zväčšíme vzdialenosť Dunaja od prvej sondy K-40 dvojnásobne (44 m), potom parameter u_T vychádza približne rovný $1 \text{ m} \cdot \text{deň}^{-1}$ pre všetky dvojice Dunaj-sonda. Transportné parametre vypočítané medzi jednotlivými sondami sú približne rovnaké, jedine hodnota D_T vypočítaná medzi sondami K40-K41 je dvakrát väčšia ako vypočítaná hodnota medzi sondami K41-K42 a K40-K42. Hodnota u_T bola vypočítaná pre všetky dvojice sond približne rovnako (tab. 3).

Pre porovnanie bola vypočítaná transportná rýchlosť (u) aj pomocou základného vzťahu známeho z učebníc hydrauliky:

$$u = k \cdot I \cdot n_e \quad (12)$$

kde u je transportná rýchlosť, I je gradient (sklon) podzemnej vody a n_e je efektívna pôrovitosť. Efektívna pôrovitosť bola odhadnutá pre daný typ sedimentu na $n_e = 0,27$, koeficient filtrácie bol taktiež odhadnutý na $k = 1 \cdot 10^{-2} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ a boli vypočítané hodnoty gradientu a transportnej rýchlosť (tab. 4). Hodnoty transportnej rýchlosťi, vypočítané pomocou gradientu (rovnica (12)) a hodnoty určené pomocou sínusoíd (tab. 3), nie sú sice rovnaké, ale rádovo sa zhodujú. Problematický parameter pri výpočte transportnej rýchlosťi podľa rovnice (12) v našom prípade bol gradient podzemnej vody a pôrovitosť. Na výpočet gradientu bola použitá minimálna hodnota hladiny podzemnej vody. Rozdielne výsledky medzi u a u_T môžu byť zapričinené aj tým, že rovnica (12) nezahŕňa vplyv disperzie.

Tab. 4 Vypočítané hodnoty transportnej rýchlosťi pomocou rovnice (12)

Tab. 4 Calculated values of transport speed by equation (12)

	K40-K41	K40-K42	K41-K42
Gradient I (-)	0,0021	0,0017	0,0013
Transportná rýchlosť u ($\text{m} \cdot \text{deň}^{-1}$)	0,99	0,81	0,61

ZÁVER

V roku 2015 bol na ostrove Sihot vykonávaný monitoring teplôt podzemných vôd v troch pozorovacích vrtoch K40, K41 a K42. Taktiež boli získané údaje o teplote Dunaja v rovnakom období zo stanice SHMÚ 5140. Dátami boli preložené sínusoidy, s períodou (365 dní), ktorá bola zadaná a ostatné parametre sínusoidy boli vypočítané pomocou metódy najmenších štvorcov. Pomocou Stallmanových rovníc (Stallman, 1965) pre transport tepla s využitím harmonickej okrajovej podmienky boli vypočítané transportné parametre zvodneného prostredia. Výsledky ukázali, že je vhodné mať dvojicu pozorovacích vrtov, pomocou ktorých je možné orientačne vypočítať transportné parametre. Použitie údajov o teplote vody priamo z rieky môže byť problematické, najmä ak nie je možné určiť miesto infiltrácie vody z rieky do zvodneného prostredia, a tak údaj o vzdialnosti medzi počítanými bodmi je zaťažený chybou, ktorá ovplyvňuje vypočítané transportné parametre. Taktiež môže byť problémom praktická realizácia osadenia datalogera v rieke.

Vypočítaná hodnota rýchlosťi transportu tepla je $u_T = 1,0 \text{ m} \cdot \text{deň}^{-1}$, čo približne zodpovedá aj vypočítanej transportnej rýchlosťi pomocou sklonu hladiny podzemnej vody a koeficienta filtrácie. Stauffer et al. (2014) vo svojej knihe uvádzajú príklad na rieku Rýn pri Zúrichu, kde v podobných geologických podmienkach bola vypočítaná hodnota transportnej rýchlosťi $u_T = 1,5 \text{ m} \cdot \text{deň}^{-1}$, čo je v dobrej zhode s našimi výsledkami. Hodnotu tepelnej difuzivity vypočítal Stauffer et al. (2014) ako $D_T = 190 \text{ m}^2 \cdot \text{deň}^{-1}$, čo je dvakrát viac ako v našom prípade. Pri vyhodnocovaní meraní, ktoré riešia transport tepla prúdiacou vodou je dôležité, aby monitorovacie body ležali na prúdnici a v ideálnom prípade, aby sa nemenil sklon hladiny podzemnej vody. Tento druhý faktor je ľahko dosiahnutelný, aj keď v prípade ostrova Sihot' bol sklon hladiny podzemnej vody približne konštantný. Neurčitosťami vo výpočtoch boli údaje o hladine a teplote Dunaja z profilu nachádzajúceho sa asi 6 km pod sledovanými vrtmi, približná hodnota vzdialenosťi vrtov od rieky, nemenný sklon hladiny podzemnej vody a hodnota koeficienta filtrácie $1 \cdot 10^{-2} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

Sínusoidy v spojení s metódou najmenších štvorcov sú veľmi užitočným nástrojom na vyhodnotenie dát, ktoré podliehajú pravidelným sezónnym zmenám.

LITERATÚRA

- ANDERSON, M.P. 2005: Heat as a Ground Water Tracer. *Groundwater*. ISSN 1745-6584, 2005, vol. 43, no. 6, p. 951-968, doi: 10.1111/j.1745-6584.2005.00052.x.
- Atlas krajiny Slovenskej republiky*. 1. vyd. Banská Bystrica, Ministerstvo životného prostredia SR, Slovenská agentúra životného prostredia, 2002. 344 s. ISBN 80-88833-27-2.
- BANKS, D. 2012: An introduction to Thermogeology: *Ground Source Heating And Cooling*. 2nd ed. Blackwell Publishing Ltd. 526 p. ISBN 978-0-470-67034-7.
- EPTING, J., HANDEL, F., HUGGENBERGER, P. 2013: Thermal management of an unconsolidated shallow urban groundwater body. *Hydrology and Earth System Sciences*. ISSN 1812-2116, 2013, vol. 17, p. 1851-1869, doi:10.5194/hess-17-1851-2013.
- EPTING, J., HUGGENBERGER, P. 2013: Unraveling the heat island effect observed in urban groundwater bodies – Definition of a potential natural state. *Journal of Hydrology*. ISSN 0022-1694, 2013, vol. 501, p. 193-204, doi:10.1016/j.jhydrol.2013.08.002.
- FERGUSON, G., WOODBURY, A.D. 2004: Subsurface heat flow in an urban environment. *Journal of Geophysical Research*. ISSN 2169-9313, 2004, vol. 109, no. B2, doi:10.1029/2003JB002715.
- GOTO, S., YAMANO, M., KINOSHITA, M. 2005: Thermal response of sediment with vertical fluid flow to periodic temperature variation at the surface. *Journal of Geophysical Research*. ISSN 2169-9313, 2005, vol. 110, no. B1, doi:10.1029/2004JB003419.
- HATCH, C.E., FISHER, A.T., REVENAUGH, J.S., CONSTANTZ, J., RUEHL, C. 2006: Quantifying surface water–groundwater interactions using time series analysis of streambed thermal records: Method development. *Water Resources Research*. ISSN 1944-7973, 2006, vol. 42, no. 10, doi:10.1029/2005WR004787.
- HILLEL, S. 1998: *Environmental Soil Physics*. 1st ed. Fundamentals, Applications, and Environmental Considerations. Academic Press. 771 p. ISBN:9780123485250.
- KULLMAN, E., MALÍK, P., PATSCHOVÁ, A., BODIŠ, D. 2005: Vymedzenie útvarov podzemných vôd na Slovensku v zmysle rámcovej smernice o vodách 2000/60/ES. *Podzemná voda*. ISSN 1335-1052, 2005, roč. 11, č. 1, s. 5-18.
- KURYLYK, B.L., MACQUARIE, K.T.B., CAISSIE, D., MCKENZIE, J.M. 2014: Shallow groundwater thermal sensitivity to climate change and land cover disturbances: derivation of analytical expressions and implications for stream temperature modeling. *Hydrology and Earth System Sciences*. ISSN 1812-2116, 2014, vol. 19, p. 2469-2489, doi:10.5194/hess-19-2469-2015.
- LUCE, CH.H., TONINA, D., GARIGLIO, F., APPLEBEE, R. 2013: Solutions for the diurnally forced advection-diffusion equation to estimate bulk fluid velocity and diffusivity in streambeds from temperature time series. *Water Resources Research*. ISSN 1944-7973, 2013, vol. 49, no. 1, p. 488-506, doi:10.1029/2012WR012380.

Jednak umožňujú štatistické zhodnotenie miery korelácie medzi reálnymi a vypočítanými hodnotami, umožňujú výpočet parametrov sínusoidy, a taktiež umožňujú využiť aj neúplné rady dát, ktoré sú kratšie ako zadaná períoda. Toto je možné využiť napríklad pri krátkodobých meraniach alebo pri meraniach jednorazových, kedy máme k dispozícii len malé množstvo meraní. Ak sú merania vhodne časovo rozložené, tak je možné pomocou metódy najmenších štvorcov bodmi preložiť sínusoidu a vypočítať jej parametre. Toto je možné využiť napríklad pri spracovaní družicových tepelných snímok, kedy snímkovanie je možné robiť a vyhodnocovať len cez deň a pri bezoblačnej oblohe. Takto, hoci získame relatívne málo hodnôt o teplote povrchu, sme schopní tieto dátu aj vyhodnotiť.

POĎAKOVANIE

Publikácia vznikla s podporou úlohy Agentúry na podporu výskumu a vývoja č. APVV-14-0174 financovanom Ministerstvom školstva, vedy, výskumu a športu Slovenskej republiky.

- MCCALLUM, A.M., ANDERSEN, M.S., RAU, G.C., ACWORTH, R.I. 2012: A 1-D analytical method for estimating surface water-groundwater interactions and effective thermal diffusivity using temperature time series. *Water Resources Research*. ISSN 1944-7973, 2012, vol. 48, no. 11, doi:10.1029/2012WR012007.
- MENBERG, K., BLUM, P., SCHAFFITEL, A., BAYER, P. 2013: Long-Term Evolution of Anthropogenic Heat Fluxes into a Subsurface Urban Heat Island. *Environmental Science & Technology*. ISSN 1994-7887, 2013, vol. 47, no. 17, p. 9747-9755, dx.doi.org/10.1021/es401546u.
- MENBERG, K., BLUM, P., KURYLYK, B.L., BAYER, P. 2014: Observed groundwater temperature response to recent climate change. *Hydrology and Earth System Sciences*. ISSN 1812-2116, 2014, vol. 18, p. 4453-4466, doi:10.5194/hess-18-4453-2014.
- MIYAKOSHI, A., HAYASHI, T., KAWAI, M., KAWASHIMA, S., HACHINOHE, S. 2009: Subsurface Thermal Environment Change Due To Artificial Effects In The Tokyo Metropolitan Area, Japan. In: *The seventh International Conference on Urban Climate*, Yokohama, Japan, 29.6.-3.7.2009.
- POSPIŠIL, P., BODIŠ, D., KOVÁCS, T., POSPIŠILOVÁ, M. 1999: Pásma hygienickej ochrany vodného zdroja. Ostrov Sihot'-Karlová Ves. Manuskript – Ekokonzult Bratislava.
- RAU, G.C., ANDERSEN, M.S., ACWORTH, R.I. 2012: Experimental investigation of the thermal time-series method for surface water-groundwater interactions. *Water Resources Research*. ISSN 1944-7973, 2012, vol. 48, no. 3, doi:10.1029/2011WR011560.
- RAU, G.C., ANDERSEN, M.S., MCCALLUM, A.M., ROSHAN H., ACWORTH, R.I. 2014: Heat as a tracer to quantify water flow in near-surface sediments. *Earth-Science Reviews*. ISSN 0012-8252, 2014, vol. 129, p. 40-58, doi:10.1016/j.earscirev.2013.10.015.
- RAU, G.C., CUTHBERT, M.O., MCCALLUM, A.M., HALLORAN, L.J.S., ANDERSEN, M.S. 2015: Assessing the accuracy of 1-D analytical heat tracing for estimating near-surface sediment thermal diffusivity and water flux under transient conditions. *Journal of Geophysical Research*. ISSN 2169-9313, 2015, vol. 120, no. 8, p. 1551-1573, doi:10.1002/2015JF003466.
- STALLMAN, R.W. 1965: Steady One-Dimensional Fluid Flow in a Semi-Infinite Porous Medium with Sinusoidal Surface Temperature. *Journal of Geophysical Research*. ISSN 2169-9313, 1965, vol. 70, no. 12, p.2821-2827.
- STAUFFER, F., BAYER, P., BLUM, P., MOLINA-GIRALDO, N., KINZELBACH, W. 2014: THERMAL USE OF SHALLOW GROUNDWATER. Taylor&Francis Group. CRC Press. 290 p. ISBN: 978-1-4665-6019-2.
- STONESTROM, D.A., CONSTANZ, J. 2003: *Heat as a Tool for Studying the Movement of Ground Water Near Streams. Circular 1260*. U.S. Geological Survey, http://pubs.water.usgs.gov/circ1260/. ISBN 0-607-94071-9.
- TANIGUCHI, M., UEMURA, T., JAGO-ON, K. 2007: Combined Effects of Urbanization and Global Warming on Subsurface Temperature in Four Asian Cities. *Vadose Zone Journal*. ISSN 1539-1663, 2007, vol. 6, no. 3, p. 591-596, doi:10.2136/vzj2006.0094.
- TAYLOR, C., STEFAN, H.G. 2009: Shallow groundwater temperature response to climate change and urbanization. *Journal of Hydrology*. ISSN 0022-1694, 2009, vol. 375, p. 601-612, doi:10.1016/j.jhydrol.2009.07.009.
- VOGT, T., SCHNEIDER, P., HAHN-WOERNLE, L., CIRPKA, O.A. 2010: Estimation of seepage rates in a losing stream by means of fiber-optic high-resolution vertical temperature profiling. *Journal of Hydrology*. ISSN 0022-1694, 2010, vol. 380, p. 154-164, doi:10.1016/j.jhydrol.2009.10.033.
- ZHAN, W., JU, W., HAI, S., FERGUSON, G., QUAN, J., TANG, CH., GUO, Z., KONG, F. 2014: Satellite-Derived Subsurface Urban Heat Island. *Environmental Science & Technology*. ISSN 1994-7887, 2014, vol. 48, no. 20, p. 12134-12140, dx.doi.org/10.1021/es5021185.
- ZHU, K., BLUM, P., FERGUSON, G., BALKE, K.D., BAYER, P. 2010: The geothermal potential of urban heat islands. *Environmental Research Letters*. ISSN 1748-9326, 2010, vol. 5, no. 4, 044002 (6pp), doi:10.1088/1748-9326/5/4/044002.
- ŽÁK, D., KOVÁCS, T. 2009: Vodárenský zdroj ostrov Sihot' (Karlová Ves). Monitoring vodného zdroja v roku 2009. Záverečná správa. Manuskript – Zalgeo Bratislava.

SUMMARY

Nature has periodically repeated phenomena, with sinusoidal changes. This occurs in annual groundwater temperature, and the sinusoidal change is useful in calculating the environmental transport parameters where groundwater is moving. The harmonic boundary conditions recorded in equation (7) must exist to recognize evident changes; and this is exemplified in rivers where surface water temperature changes depend on annual air temperature variation.

Surface water infiltration changes aquifer temperature, and subsequent groundwater temperature depends on aquifer heat properties and the distance from existing boundary conditions (Equation 8). This process was analysed on Sihot' island under project APVV-14-0174. Sihot' island is a Bratislavan water source; here the Danube creates harmonic boundary conditions and groundwater is pumped from the well field throughout the year.

Three wells located near the river were monitored in 2015 and their water level and temperature and those of the Danube were measured hourly (Figs. 3 and 4). The least square method in Equations 1 and 2 proved most appropriate for sinusoidal processing and approximating measurements because of its precision in evaluating *amp*, *shift* and *offset* (Equation 3 and Fig. 1). The sinusoid coefficient then evaluated attenuation coefficient *a* and wave number *b* for the

two points at different distances from the boundary condition highlighted in Equation 9. This was necessary to calculate the thermal diffusivity D_T in Equation 10 and thermal velocity u_T in Equation 11 (Stauffer et al., 2014).

The three wells at 20, 45 and 80 metres from the Danube showed that the sinusoid is increasingly shifted and damped with distance (Fig. 4). Following sinusoid basic parameter estimation from measured data (Tab. 1), the least square method provided precise evaluation of sinusoidal parameters, so that results could then be compared (Tab. 2). Comparison of the results revealed overestimated guessed parameters because $\Delta offset$, Δamp and $\Delta shift$ were positive. The results clearly illustrate that increased distance from the Danube gradually increased sinusoidal shift from 192 days on the Danube river to 270 days at the furthest well. This indicates a maximum temperature shift of 78 days over 80 metres; so that maximum temperature in Danube river water occurred at the end of July and maximum groundwater temperature 80 metres away was in the middle of October. The temperature damped from 8.8 °C in the Danube to 5.9 °C over this distance.

The sinusoid advantage is that it is defined by a greater number of parameters and their changes are influenced by the environment of the signal spread. Amplitude attenuation and phase shift enable calculation of environmental heat transport parameters; including the thermal diffusivity (Equation 10) and thermal velocity (Equation 11).

Table 3 reveals that combined data from the river and observation wells provided ten times lower diffusivity values than those calculated solely from well data, and also that diffusivity values from the wells are more closely related. The thermal velocity calculated values returned a similar result; although the differences between these were not so large. The reason for the differences is that the absolute point of river water infiltration to the aquifer and consequently the transport distance are unknown. It was therefore most appropriate to use data from just two wells because this made it possible to precisely measure the distance between them.

In conclusion, similar to Stauffer et al's. (2014) research findings on the Rhine in Zürich, our average calculated thermal diffusivity value between wells was $60 \text{ m}^2 \cdot \text{day}^{-1}$ and the daily average thermal velocity was $1.0 \text{ m} \cdot \text{day}^{-1}$.